Zagadnienie uznawania twierdzeń w matematyce

Anna Lemańska
UKSW, Warszawa

W matematyce przy uzasadnianiu twierdzeń matematycznych korzysta się wyłącznie z rozumowań dedukcyjnych i nie odwołuje się ani do wyników eksperymentów, ani indukcji czy innego typu rozumowań redukcyjnych. Twierdzenie jest przyjmowane, jeżeli posiada dedukcyjny dowód ze zbioru aksjomatów. Dowód zaś jest ciągiem formuł powiązanych wynikaniem. W konsekwencji matematyka jest uznawana za naukę aksjomatyczno-dedukcyjną i zaliczana wraz z logiką do nauk formalnych.

W praktyce matematyków jednak uporządkowanie wiedzy w postaci systemu aksjomatycznego wieńczyło długi proces. Z reguły bowiem teorie matematyczne początkowo rozwijają się bez wyraźnie sprecyzowanego układu aksjomatów. Aksjomatyzacja następuje później, czasami po dość długim stadium rozwoju.

Mamy więc do czynienia z następującą sytuacją: z jednej strony metoda aksjomatyczno-dedukcyjna była i jest uważana, przynajmniej od czasów Euklidesa, za najwłaściwszą metodę uprawiania matematyki, z drugiej zaś strony kanony tej metody zostały ściśle określone dopiero w wieku XX. Z jednej strony matematycy zawsze dążyli do wzoru, za jaki przez stulecia uchodziła geometria Euklidesa, z drugiej w ich pracach pojawiają się znaczne od niego odstępstwa, które prowadzą mimo wszystko do poprawnych wyników.

Analiza prac matematycznych wskazuje, że dowody akceptowane przez ogół matematyków można podzielić przynajmniej na trzy typy:

1. dowody formalne,
2. dowody dedukcyjne w ścisłym sensie,
3. dowody entymematyczne.

Te ostatnie zaś można podzielić na dwie grupy:

3.1. dowody, które dają się uzupełnić do dowodów ściśle dedukcyjnych, gdyż pominięte przesłanki łatwo jest zrekonstruować,

3.2. dowody, których nie można uzupełnić do dowodów dedukcyjnych, gdyż opuszczone przesłanki w rozumowaniu opierają się bądź na intuicjach lub doświadczeniu matematyka, w szczególności na intuicji geometrycznej mającej podstawę w rysunku, na intuicji fizykalnej (mechanicznej), na intuicji wywodzącej się z doświadczeń życia codziennego, bądź na faktach fizycznych, na manipulowaniu przedmiotami, wreszcie od połowy XX wieku na wynikach uzyskanych za pomocą komputera.

Jaki jest zatem status wiedzy matematycznej? Na czym polega wzajemne przenikanie się treści i formy w matematyce? Czy matematyka ma charakter raczej aprioryczny, czy aposterioryczny? Czy można mówić o prawdziwości twierdzeń matematycznych, a jeśli tak, to jak tę prawdziwość można rozumieć? W referacie spróbuję wskazać częściowe odpowiedzi na te pytania.