VI KONFERENCJA FILOZOFIA MATEMATYKI I INFORMATYKI

Poznań, 19-20 października 2018

ABSTRAKTY

Gabriela Besler

Instytut Filozofii
Uniwersytet Śląski
gabriela.besler@us.edu.pl
besler.gabriela@gmail.com

Kto odnalazł antynomię w *Grundgesetze der Arithmetik* Gottloba Fregego: Bertrand Russell czy Gottlob Frege?

Powszechnie mówi się, że to Russell odnalazł antynomię w systemie logicznym Fregego, przedstawionym w GG, dającym logiczne podstawy dla arytmetyki liczb naturalnych. Lektura pierwszych trzech listów, jakie wymienili ze sobą Frege i Russell, pokazuje, że to Frege wyraźnie formułuje antynomię w odwołaniu do prawa V i do § 31, o którym Russell na marginesie swojego egzemplarza napisał: „Nie rozumiem tego paragrafu". W pierwszym liście do Fregego Russell sformułował antynomię na podstawie pierwszej książki Fregego, BS. Warto dodać, że we wstępie do GG Frege informował czytelnika o możliwości wystąpienia trudności w związku z prawem V.

Oto chronologia tych ważnych wydarzeń dla historii matematyki, logiki i filozofii: Publikacja GG I (1893); Russell zainteresowany antynomiami w filozofii Kanta i Hegla; Kongres matematyków w Paryżu (1900); Russell czyta Fregego po raz pierwszy; Russell pisze o antynomii do Peana i Couturata; Pierwszy list Russella do Fregego (16.06.1902) i odpowiedź Fregego z sformułowaniem antynomii na podstawie GG I; Kolejne listy Russella do Fregego i ślady czytania GG; Russell pisze Appendix do Principles of Mathematics o logice Fregego; Frege poprawia prawo V i przedstawia problem antynomii w dodatku do GG II (1903); publikacja GG II (1903).

Frege G.: Begriffsschrift (1879). Tu: BS.
Frege G.: Grundgesetze der Arithmetik. Bd. 1 (1893), Bd 2 (1903). Tu: GG.
Frege G.: Wissenschftlicher Briefwechsel (1976).
Klement K.: [Russell]. Three Unpublished Papers from 1903. JBRS 36(2016).
Linsky B.: Russell's Marginalia in his Copies of Frege's Works. JBRS 24(2004).
Linsky B.: Russell's Notes on Frege's Grundgesetze der Arithmetik, from § 53. JBRS 26(2006-07).
Moore G.H.: Introduction. In: Collected Papers of Bertrand Russell. Vol. 3, 1903.
JBRS - "The Journal of Bertrand Russell Studies".

Piotr Błaszczyk

E-mail: pb@up.krakow.pl

Trends in the History of Infinity

Cantor established two kinds of infinity: cardinal and ordinal numbers, each with its own arithmetic and its own relation greater than. In modern developments, ordinal numbers are special sets, cardinal numbers are special ordinal numbers. In both cases, the set of natural numbers **N** makes the yardstick of infinity be it the cardinal number $\aleph_0$ or the ordinal ω. However, while Cantor infinities try to extend the arithmetic of finite numbers, the addition and multiplication of ordinal numbers are not commutative.

Moreover, while there are many possible well-orderings on the set **N**, Cantor considered the *natural* one; in [2] he also considered the natural order of the real numbers. Cantor could never explain what does mean *natural order* in mathematical terms.

In [4] Euler introduced numbers that exceed any finite number. Still, while in his development finite numbers form an ordered field, Euler infinite numbers also belong to the ordered field. Consequently, when M is infinite, so is M-1 and M/2. Thus, Cantor's and Euler's investigations exemplify competing trends in the history of infinity founded on set theory or algebra.

We will argue that the theory of surreal numbers developed in [3] provides a uniform perspective that allows one to compare these two trends. We will argue that the perspective of ordered fields provides a more general and consistent account of infinity. (a) The theory of real closed fields developed in [1] provides mathematical reasons to treat a total order as a natural one. Namely, in some fields, e.g. in the field of surreal numbers, there is only one total order compatible with addition and multiplication. (b) Surreal numbers include ordinal numbers. (c) The addition and multiplication of ordinal numbers is commutative when they are taken as surreals. (d) There exist negative and fractional ordinal numbers, when ordinal numbers are considered as elements of the field of surreals.

[1] Emil Artin, Otto Schreier, *Algebraische Konstruktion reeller Korper*, Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universitat, vol. 5 (1926), pp. 85-99.
[2] Georg Cantor, *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. Der Ordnungstypus θ des Linearkontinuums,* Mathematische Annalen, vol. 46 (1895), pp. 481-512.
[3] John Conway, *On Numbers and Games*, AK Peters, 2001.
[4] Leohnard Euler, *Introductio in analysin infinitorum*, Bousquet, 1748.

Jerzy Dadaczyński

Katedra Filozofii Logiki
UPJPII w Krakowie

Ontologia matematyki wczesnego Hilberta

Stanowisko Hilberta w zakresie ontologii matematyki zmieniało się istotnie pomiędzy rokiem 1891 a 1904. Chociaż jego badania w zakresie podstaw matematyki w latach 1899-1904 zasadniczo przygotowywały późniejszy program formalizmu, którego głównym celem było udowodnienie niesprzeczności matematyki, to w kwestii ontologii matematyki był on w tym czasie odległy od metodologicznego nominalizmu charakteryzującego okres dojrzały jego działalności. Paradoksalnie, co zostanie uzasadnione, pierwotna koncepcja Hilbertowskiej ontologii matematyki (1891) to konceptualizm stowarzyszony z konstruktywizmem, które w okresie głośnego sporo Hilberta z Brouwerem w latach 20’ XX wieku stanowiły dla uczonego z Amsterdamu filozoficzną bazę krytyki programu formalizmu.

Bogdan Dembiński

U źródeł pytania o matematyczność świata. Pitagorejczycy, Platon, Arystoteles i Stara Akademia Platona

Celem prezentowanych rozważań jest zagadnienie matematyczności świata i statusu ontycznego, jaki przyznawano matematyce w starożytnej Grecji. Chodzi o przedstawienie tych stanowisk, które w kwestiach dyskusji o tej problematyce odegrały rolę zasadniczą. Z konieczności będzie to prezentacja ograniczona i obarczona pewną arbitralnością, wynikającą z wyborów autora. Istotna wydaje się, jednak kwestia przedstawienia pewnych znaczących intuicji, które sprawiły, że następowały ważne zmiany w sposobie pojmowania roli matematyki i jej ontycznego statusu. Chodzi jednocześnie o zwrócenie uwagi na szereg standardowych interpretacji dotyczących, które nie zawsze są zgodne z intencjami autorów starożytnych. Dotyczy to przede wszystkim Pitagorejczyków i Platona oraz Arystotelesa.

Roman Duda

Matematyka grecka

Fenomen cywilizacji greckiej zadziwia i wciąż ukazują się zarówno nowe do niej źródła, np. niedawne odkrycie uważanych za zaginione pism Archimedesa, jak i nowe próby jej odczytania, np. niedawna książka L. Russo odnajdująca kluczowe założenia nowożytnej nauki w okresie hellenistycznym.

Matematyka była ważnym składnikiem greckiej cywilizacji i ten artykuł jest próbą nowego na nią spojrzenia. Inaczej niż współczesne monografie historii matematyki, które skupiają się na technicznej stronie rozwoju matematyki (zapis, wyniki, metody), a w konsekwencji mają skłonność do podkreślania ciągłości między matematyką grecką a osiągnięciami poprzednich cywilizacji - ten artykuł podkreśla jej fundamentalną odmienność. Jest ona widoczna nie tylko w otrzymaniu przez nią wyróżniającej nazwy *matematyka* (przed Grekami była to nienazwana część wiedzy, traktowana głównie jako wyrafinowana rozrywka lub praktyczna umiejętność), ale przede wszystkim w nowym jej źródle, jakim była grecka filozofia. Filozoficzne pochodzenie matematyki greckiej sprawiło, że na plan pierwszy wysunęły się w niej *pojęcia ogólne* i *dowodzenie*, przedtem całkowicie nieznane, dzięki czemu stała się ona nauką we współczesnym sensie tego terminu i pozostaje nieustającym źródłem inspiracji. Artykuł wyróżnia i analizuje cechy charakterystyczne greckiej matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem *aporii* (trudności), na jakie napotykała i roli jaką w jej rozwoju odegrały.

Jakub Jernajczyk
Wydział Grafiki i Sztuki Mediów
Akademia Sztuk Pięknych im. E. Gepperta we Wrocławiu

Myśląc obrazem – matematyczne i filozoficzne odniesienia we współczesnej sztuce konceptualnej

Rozwijająca się od drugiej połowy XX w. sztuka konceptualna (z łac. conceptus – pojęcie) główny nacisk kładzie na idee leżące u podstaw procesu twórczego, nie zaś na powstające w wyniku tego procesu obiekty materialne. Choć z jednej strony ta skrajna redukcja, czy wręcz negacja fizycznej reprezentacji dzieła stanowi często główną przyczynę krytyki sztuki konceptualnej, równocześnie decyduje ona o jej skrajnie abstrakcyjnym, teoretycznym charakterze. Nie dziwi zatem fakt, że wielu reprezentantów tego nurtu,

poszukując inspiracji dla swojej twórczości, sięga po zagadnienia z obszaru filozofii bądź matematyki.
W trakcie swojego wystąpienia zaprezentuję wybór dzieł odnoszących się do podstaw matematyki oraz filozofii matematyki, stworzonych zarówno przez klasyków polskiego konceptualizmu, jaki i młodszych artystów: Jana Chwałczyka, Stanisława Dróżdża, Wandę Gołkowską, Wiesława Gołucha, Łukasza Huculaka, Jakuba Jernajczyka, Michała Jędrzejewskiego, Jakuba Lecha, Eugeniusza Smolińskiego. Wszyscy ci twórcy związani są z wrocławskim środowiskiem artystycznym – jednym z ważniejszych ośrodków rozwoju polskiej sztuki konceptualnej.

Wśród przedstawionych przykładów znajdą się również realizacje artystyczne, w których bazujący na rozważaniach geometrycznych obraz, stanowi punkt wyjścia do spekulacji natury filozoficznej.

Zbigniew Król
Międzynarodowe Centrum Ontologii Formalnej
Wydział Administracji i Nauk Społecznych
Politechnika Warszawska

Podstawowe intuicje w teorii zbiorów

Zostaną omówione podstawowe nieformalne koncepcje pojęcia zbioru, takie jak intensjonalna, ekstensjonalna, kolektywna, dystrybutywna, *well-founded*, *non-well-founded*, oraz „zbiór czegoś" i „zbiór punktów". Każdej z tych koncepcji odpowiadają określone strategie formalizacji i badania pojęcia zbioru. Podane zostanie uzasadnienie tezy, że rozróżnienie pomiędzy „zbiorem czegoś", czyli zbiorem, którego elementami są obiekty będące przedmiotami lub obiektami określonymi w różnych teoriach matematycznych, a zbiorem, którego elementami są „bezjakościowe punkty" jest istotne dla matematyki. Zostanie zaproponowany sposób opisu tych dwóch koncepcji w ramach tzw. modeli podstawieniowych oraz pokazany związek z antynomiami logicznymi i działaniem intuicji matematycznej.

Sławomir Leciejewski
Zakład Filozofii Techniki i Rozwoju Cywilizacji
Instytut Filozofii UAM

Symulacje komputerowe jako narzędzia badawcze nauki. Studium metodologiczno-filozoficzne

Rozwój komputerów i metod obliczeniowych dał współczesnym naukowcom potężne narzędzie badawcze, jakim jest symulacja komputerowa. W ogólności symulacja komputerowa to program komputerowy opracowany w celu modelowania zachowań rzeczywistego układu. Innymi słowy, jest to metoda wnioskowania o zachowaniu obiektów rzeczywistych na podstawie interpretacji wyników programów komputerowych „naśladujących" rzeczywistość. Symulacje, które często określa się mianem eksperymentu komputerowego, dają zatem naukowcom narządzie poszerzające ich możliwości poznawcze. Te wirtualne eksperymenty umożliwiają bowiem określanie właściwości badanych obiektów oraz sprawdzanie słuszności stawianych hipotez i przyjmowanych założeń. Doświadczenia komputerowe nie są przy tym ograniczone przez obowiązujące w świecie rzeczywistym prawa, których konsekwencje muszą uwzględniać klasyczne przyrządy pomiarowe.

Tak więc symulacja komputerowa jest niezastąpionym narzędziem badawczym, gdy: niemożliwe jest badanie empiryczne ze względu na ograniczenia metod pomiarowych (np. badanie reakcji we wnętrzach gwiazd), nie istnieje model matematyczny umożliwiający analityczne rozwiązanie badanego problemu (np. zagadnienie trzech ciał w astronomii), realne badania są zbyt kosztowne lub niebezpieczne (np. badania skutków wybuchów jądrowych), badany układ jeszcze nie istnieje, ale przewidujemy jego istnienie w przyszłości i chcemy poznać jego zachowanie lub właściwości (np. poznanie skutków działania nowych leków, określenie właściwości jeszcze nie istniejących maszyn i urządzeń technicznych).

Obiektami symulacji komputerowych mogą być układy fizyczne, chemiczne i iologiczne, urządzenia mechaniczne i elektryczne, układy elektroniczne i cyfrowe, obiekty architektoniczne bądź astronomiczne, ekosystemy oraz grupy społeczne. Przykładowo, w matematyce symulacja wykorzystywana jest do dowodzenia twierdzeń, sprawdzania poprawności istniejących dowodów, a także do obliczania całek. Na przykład dzięki komputerom w 1976 roku udało się udowodnić zagadnienie czterech barw, sformułowane 120 lat wcześniej (każdą mapę narysowaną na kartce papieru można pokolorować za pomocą czterech barw w taki sposób, że państwa mające wspólną granicę otrzymają różne kolory).

Dowód twierdzenia jest jednak tak skomplikowany, że bez pomocy komputera nie można go sprawdzić.

Obiekty materialne i procesy będące celem naszego poznania są niejednokrotnie bardzo skomplikowanymi układami rzeczywistymi. Uwzględnienie wszystkich cech badanych układów w symulacji komputerowej jest zatem niemożliwe. Rozwiązania wielu problemów otrzymuje się, konstruując pewien uproszczony model układu rzeczywistego. Układ modelowy musi jednak zawierać te elementy układu rzeczywistego, które są dla nas istotne. Wyodrębnienie takich znaczących elementów jest najważniejszym i zarazem najtrudniejszym etapem wstępnym symulacji. Układ modelowy (model) powstaje jako rezultat wyróżnienia i formalizacji istotnych cech układu rzeczywistego oraz ustalenia relacji pomiędzy tymi cechami w czasie i przestrzeni. Trafność tak skonstruowanych modeli oceniamy poprzez porównanie wyników symulacji komputerowej z wynikami doświadczeń i obserwacji (o ile jest to wykonalne). Tak skalibrowany (tj. skonfirmowany) model symulacyjny jest ważnym narzędziem badawczym takich właściwości obiektów materialnych, których pomiar jest trudny lub niemożliwy. W tym sensie eksperyment komputerowy staje się uzupełnieniem technik doświadczalnych. Jest on również ważnym narzędziem służącym do tworzenia i testowania teorii, sprawdzania hipotez oraz wyciągania wniosków zarówno o charakterze teoretycznym, jak i empirycznym.

W swoim referacie będę bronił tezy, w myśl której symulacje komputerowe stanowią specyficzny pomost pomiędzy pracą teoretyczną a eksperymentalną, że są próbą eksperymentowania na teoriach. Ujęcie teoretyczne zwykle zaimplementowane jest do programu komputerowego służącego do przeprowadzania symulacji, dzięki czemu jest praktycznie użyteczne jako swoiste wirtualne laboratorium. Badacz może oddziaływać na oprogramowanie w sposób przypominający pracę eksperymentalną (może zmieniać warunki fizyczne dla wirtualnych obiektów, ich cyfrowo zakodowane położenia, prędkości itd.). W przypadku symulacji komputerowej obiekty podobne są do tych, jakich używa się podczas pracy teoretycznej, a rodzaj aktywności uczonego zbliżony jest do pracy eksperymentalnej. Tak więc, w swoim referacie będę starał się pokazać, że symulacje komputerowe łączą w sobie po jednym z dwóch aspektów pracy teoretycznej i eksperymentalnej. W ich ramach bowiem na obiektach teoretycznych (reprezentacjach, symbolach, modelach) wykonuje się operacje typowo eksperymentalne (manipuluje się tymi wirtualnymi przedmiotami oraz obserwuje się zachodzące zdarzenia w cyfrowym świecie symulacji komputerowej). Prezentowane podejście jest ideowo zbliżone z tym, które prezentuje Deborah Dowling w swojej pracy *Experimenting on Theories* (D. Dowling, *Experimenting on Theories*, „Science in Context" 1999, vol. 12, no. 2, s. 261–273).

Anna Lemańska
Wydział Filozofii Chrześcijańskiej
UKSW, warszawa

Matematyka a biologia

Obecnie trudno wyobrazić sobie nauki przyrodnicze, zwłaszcza fizykę, bez matematyki. Nawet w biologii, która dość długo opierała się zmatematyzowaniu, coraz częściej wykorzystuje się modele matematyczne, powstaje nawet nowa dziedzina nazywana matematyczną biologią lub biomatematyką. Wydaje się jednak, że ze względu na specyfikę zjawisk życiowych zakres i sposób wykorzystania matematyki w biologii jest odmienny od tego, co dzieje się w fizyce.

W referacie wskażę najważniejsze różnice między traktowaniem matematyki przez biologa a znaczeniem jej dla fizyka. Istnienie tych różnic ma konsekwencje dla rozumienia natury zarówno matematyki, jak i przyrody.

Jerzy Mycka
Instytut Matematyki
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin
e-mail: jerzm@hektor.umcs.lublin.pl

Wojciech Rosa
Katedra Matematyki Stosowanej PL
w.rosa@pollub.pl

Teoria kategorii a teoria mnogości – porównanie z punktu widzenia podstaw matematyki

Problem podstaw matematyki związany jest z określeniem takiej teorii matematycznej, która w sposób najbardziej skuteczny pozwala skonstruować cały gmach współczesnej matematyki. Kandydatami do zajęcia miejsca fundamentalnego działu matematyki są zarówno teoria mnogości jak i teoria kategorii.

Wystąpienie po krótkim wprowadzeniu w główne pojęcia obu tych teorii zajmie się ich porównaniem ze względu na kilka wybranych aspektów. Tak więc opisany zostanie proces ich historycznego rozwoju, odniesienia do praktyki badawczej oraz relacje do ontologii matematyki. Ponadto analizie zostaną poddane wzajemne relacje obu teorii oraz ich owocność na gruncie uzyskiwania nowych twierdzeń.

Następnie podane zostaną przykłady ilustrujące jak każda z tych teorii we właściwy sobie sposób odnosi się do tego samego zagadnienia matematycznego (definicja liczb naturalnych, pojęcie funkcji). Na zakończenie będą zaproponowane otwarte problemy badawcze powiązane z tematem referatu.

Ewa Piotrowska
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

„Nowa filozofia matematyki" – od Gödla po współczesność

Przełom XIX i XX wieku to nie tylko „złoty okres" rozwoju matematyki niemieckiej, to także burzliwy okres rozwoju matematyki i filozofii matematyki europejskiej. Dyskusje nad filozoficznymi problemami matematyki toczyły się bowiem przede wszystkim w ośrodkach naukowych Anglii, Holandii oraz Niemiec, a matematycy i filozofowie tej dyscypliny poszukiwali swoistej „terapii epistemologicznej" dla matematyki, aby wyjść z sytuacji kryzysowej. Twierdzenia Gödla stanowiły przełom w tradycyjnym spojrzeniu na matematykę, podważały nie tylko dorobek formalizmu w rozwiązywaniu i rozstrzyganiu zasadniczych problemów epistemologicznych tej nauki, utrwalały istniejący kryzys podstaw matematyki, ale też przyczyniły się do większego jeszcze zainteresowania jej problemami filozoficznymi. Zauważono, że filozofia matematyki ograniczona do badania podstaw matematyki jest mało skuteczna i należy poszukiwać nowych metod oraz założeń poznawczych tej nauki, bo tradycyjne zawiodły i są mało skuteczne. Istotne było też powiązanie filozofii matematyki z filozofią nauki, która miała przysporzyć jej nadziei badawczej. W ten sposób rodzi się nowe spojrzenie na matematykę, które nie koncentruje się wyłącznie na strukturze wewnętrznej tej nauki, ale jej podstawy epistemologiczne zostają rozszerzone na sprawy zewnętrzne (np. natury społecznej, kulturowej, ideologicznej itd.), a znacznie zmodernizowana filozofia matematyki ściślej łączy się z filozofią nauki. Istotną rolę w nowym spojrzeniu na matematykę odgrywa sam matematyk (humanizacja tej nauki). Powstają nowe nurty (kierunek kulturowy, quasi-empiryzm, społeczny konstruktywizm, etnomatematyka). „Nowa filozofia matematyki" ściślej wiąże się z tendencjami zachodzącymi w nauce i filozofii. Obok istnienia jedynej absolutystycznie i zbyt idealistycznie rozumianej matematyki wyłania się kwestia, którą można określić mianem multimatematyzmu (chodzi przede wszystkim o wyrażenie wiedzy matematycznej z pomocą zróżnicowanych metod), jak również problem multietniczności i multikulturowości. Zwalczany jest europocentryzm, a jego miejsce zajmuje globalizm. Tradycyjny, absolutyzujący charakter matematyki przy daleko posuniętym idealizowaniu tej nauki wyraźnie stracił na znaczeniu. „Nowa matematyka" zakłada brak pewności, nieistnienie wszechobejmujących podstaw, jednej narracji, dostrzega rolę przypadku, wiary i historii. Matematyka, jak mało która z nauk , pod każdym względem przystosowuje się do wymogów dzisiejszego świata.

Jerzy Pogonowski
Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
pogon@amu.edu.pl

Agnostycyzm matematyczny

Odczyt dotyczy stale powracającego w filozofii matematyki pytania o to czy matematyka jest tworzona czy też odkrywana. W literaturze przedmiotu przedstawiane są argumenty na rzecz każdego z tych poglądów, a także propozycje kompromisów. Podobnie jak w przypadku większości pytań filozoficznych, interesuje nas przede wszystkim jakość owych argumentów, raczej niż uzyskanie ostatecznej, jedynie słusznej odpowiedzi. Z omawianym dylematem łączą się dalsze pytania, np. o to czym są obiekty matematyczne, jaki mamy do nich dostęp poznawczy, jak wytłumaczyć skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych (w szczególności, czy świat jest – w jakimś sensie – matematyczny), jakie są mechanizmy wykształcania się umiejętności matematycznych.

Pogląd, iż matematyka jest odkrywana implikuje akceptację platonizmu, uznanie istnienia świata matematycznych abstraktów, do którego dostęp mamy poprzez intuicję matematyczną. Za mocny argument na rzecz platonizmu uważa się argument z niezbędności: musimy uznawać istnienie abstrakcyjnych obiektów matematycznych, ponieważ jest to niezbędne we wnioskowaniach naukowych. Przeciwko platonizmowi formułowane są różnorodne zarzuty, najczęściej natury epistemicznej.

Pogląd, iż matematyka jest (wyłącznie) tworzona obecny jest w skrajnej postaci np. w pracach reprezentantów nauk kognitywnych takich jak Dehaene, Lakoff oraz Nuñez. W tym przypadku odrzuca się istnienie transcendentalnej matematyki, osadzając całość matematyki w kulturze.

W stanowiskach kompromisowych uważa się np., że tworzymy pojęcia a odkrywamy zależności między nimi, że tworzymy aksjomaty a odkrywamy twierdzenia, że odkrywamy obiekty do pewnego stopnia złożoności, a bardziej złożone tworzymy.

Mamy wreszcie różne odmiany (Azzouni, Balaguer, Boscolo, Bueno) agnostycyzmu matematycznego, w którym powstrzymujemy się od deklaracji na temat istnienia abstrakcyjnych obiektów matematycznych, nie wykluczając tego jednak, lub nawet podajemy argumenty za tym, iż dowieść lub odrzucić ich istnienia nie można. Sądzimy, że stanowisko takie nie jest niezgodne z praktyką badawczą matematyki i że nie napotyka na trudności, gdy rozważa się interpretacje aparatury pojęciowej matematyki w naukach.
Chcemy też w odczycie powiedzieć parę słów na temat miar dostępności obiektów matematycznych, uwzględniających m.in.: złożoność logiczną, efektywność opisu lub konstrukcji, wielość reprezentacji, kategoryczność i zupełność, stopień oswojenia.

Zbigniew Semadeni

Konstruowanie pojęć matematycznych w umyśle ludzkim

Przedstawione będą główne tezy dotyczące rozwoju pojęć matematycznych w umyśle ludzkim, zarówno w kontekście filogenezy (rozwoju historycznego) jak i ontogenezy (rozwoju jednostki). W tym drugim kontekście akcentowana będzie rola aktywności podmiotu, który konstruuje pojęcia w swoim umyśle; wiedza matematyczna jest tam wielowarstwowo nadbudowywana nad tym, co było wcześniej ukształtowane w wyniku doświadczeń podmiotu i przekształcane w procesie rozwoju.

Z tego punktu widzenia będą podważane główne tezy książki:
George Lakoff, Rafael E. Núñez, *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New York, 2000.

W przedmowie lingwista Lakoff i psycholog Núñez oświadczają, że oni „*launch a new discipline: a cognitive science of mathematics*". Przy tym nie tylko kwestionują tradycyjne kierunki filozofii (m.in. platonizm w matematyce określają jako nienaukową *Romance*, mitologię), ale pomijają też milczeniem cały dorobek badań naukowych psychologów i dydaktyków dotyczących rozwoju pojęć matematycznych w umyśle ludzkim (Piaget jest wspomniany raz, w drugorzędnej kwestii). Z wielką pewnością siebie twierdzą, że *Mathematics is crying out to be understood. It has not been*.

Główną ich tezą jest to, że właściwym narzędziem opisu matematyki są metafory, które rozumieją nie jako figury stylistyczne, lecz jako pojęciowe konstrukcje przenikające wszelką ludzką myśl i działanie. Wyróżnili i opatrzyli nazwą własną kilkadziesiąt typów tych metafor, np. *Arithmetic Is Motion along a Path* oraz *Numbers Are Things in the World*. Całe bogactwo analiz filozoficznych i psychologicznych dotyczące źródeł pojęć matematycznych zostało zredukowane do metafor. Niepotrzebne staje się abstrahowanie, konkretyzacja, uogólnianie, modelowanie, analogie – wystarczą metafory.

Idea, że w procesie tworzenia pojęć matematycznych używa się metaforycznie słów języka potocznego, z których czerpie się zarazem pewne początkowe intuicje, jest bardzo stara. Jest oczywiste, że większość terminów matematyki wywodzi się z jakichś pozamatematycznych źródeł (niekoniecznie z ojczystego języka, mogło to być wcześniej w grece lub łacinie). Wiadomo od stuleci, że terminy geometryczne pochodzą od podobieństwa figur do przedmiotów znanych z życia, jakkolwiek niekoniecznie określano to słowem *metafora* i nie każdy wiedział, że np. termin *trapez* wywodzi się z greckiego słowa τραπεζα, znaczącego *stolik*.

Za truizm można dziś uznać, że umysł i ciało są nierozerwalnie związane i jedno ma ogromny wpływ na drugie, są współkształtowane przez to, czego doświadcza człowiek w kontakcie ze środowiskiem. Jednak Lakoff i Núñez pominęli fakt, że jednym z podstawowych źródeł wiedzy matematycznej są *ruchy* dziecka (a szczególnie ruchy rąk i palców). Pominęli też kluczowe dla rozwoju matematyki rytmy (w tym biologiczne) oraz znaczenie rytmicznego procesu liczenia i schematów powtarzalności, kształtujące fundamentalne struktury umysłu. Subitacja wyniesiona na czoło argumentów Lakoffa i Núñeza wystarcza jedynie do kilku początkowych liczb i nie prowadzi do uogólnienia, do pojęcia liczby naturalnej.

Wbrew wyraźnym sugestiom zawartym w książce, teoria Lakoffa i Núñeza nie wynika z danych empirycznych kognitywistyki, lecz są to ich własne spekulacje. Nie wspomina się o dobrze znanych psychologom trudnościach uczącego się podmiotu, ani o dramatycznych zmaganiach wielkich matematyków przeszłości z podstawowymi pojęciami, np. z ujmowaniem prostej euklidesowej jako zbioru punktów (pojawiło się to dopiero w XIX wieku). Po prostu mamy metaforę A SPACE IS A SET OF POINTS i już wszystko staje się jasne.

Bartłomiej Skowron
Politechnika Warszawska

Rekonstrukcja ontologii matematyki Saundersa Mac Lane'a

Saunders Mac Lane jest współtwórcą - wraz z Samuelem Eilenbergiem - teorii kategorii. Znany jest raczej jako algebraik, a nie filozof matematyki. W roku 1986 opublikował jednak książkę z filozofii matematyki pt. "Mathematics, Form and Function". W książce tej dokonuje przeglądu współczesnej jemu matematyki oraz odpowiada na pytania o źródła, organizację, naturę i podstawy matematyki. Wskazuje na to, że klasyczne filozofie matematyki (formalizm, intuicjonizm, logicyzm, konstruktywizm) należy odświeżyć i niejako przetestować współczesną matematyką. W wyniku swoich rozważań dochodzi do stanowiska, które nazywa formalnym funkcjonalizmem. Stanowisko to zestawia w silnej opozycji do platonizmu w filozofii matematyki. Zresztą Mac Lane był szczególnie negatywnie nastawiony do "spekulatywnej i mitycznej" ontologii matematyki w duchu platońskim. W odczycie zrekonstruuję ontologię matematyki, która stoi za rozważaniami Mac Lane'a i pokażę, że założona w jego wizji matematyki ontologia jest - wbrew jego deklaracjom - ściśle platońska.

Michał Sochański

Filozoficzne interpretacje sprzecznych teorii matematycznych

Przez sprzeczne teorie matematyczne rozumiem takie aksjomatyzacje bądź też inne, bardziej lub mniej ścisłe formalizacje pewnych gałęzi matematyki, w ramach których dopuszcza się jednoczesną dowodliwość (bądź prawdziwość) przynajmniej jednej pary sprzecznych zdań. Bazują one zazwyczaj na jakiejś logice parakonsystentnej, za pomocą której unika się przepełnienia systemu, a więc sytuacji, w której dowodliwe są wszystkie jego zdania a system jest tym samym bezużyteczny. W moim wystąpieniu krótko przedstawię wybrane rodzaje takich teorii, wskażę na motywacje, którymi kierowali się ich twórcy oraz pewne podstawowe różnice pomiędzy nimi, omówię wreszcie ich filozoficzne interpretacje oraz konsekwencje ich istnienia dla filozofii matematyki w ogóle. Głównymi motywacjami dla badań, które wskazują na pozytywną roli sprzeczności w matematyce, są po pierwsze, chęć sformułowania alternatywnej wobec dotychczas stosowanych metody radzenia sobie ze paradoksami w matematyce, po drugie, modelowanie pewnych aspektów praktyki matematycznej (w szczególności w takich okresach jej rozwoju, w których pojawiają się sprzeczności z powodu niedoprecyzowania pewnych pojęć), po trzecie wreszcie czysta ciekawość poznawcza. Przykładowe różnice pomiędzy sprzecznymi teoriami to obszar matematyki, który ma być formalizowany (np. rachunek na wielkościach nieskończenie małych, wybrane aspekty geometrii czy teoria mnogości), zastosowana logika parakonsystentna czy też kwestia, czy sprzeczność jest zlokalizowana na poziomie syntaktycznym czy semantycznym (czy sprzeczności pojawiają się tylko na poziomie języka matematyki, stanowiąc jedynie o własnościach naszego opisu świata a nie jego samego, czy też postulowane są „sprzeczne obiekty matematyczne”?). Filozoficzne aspekty rozważań nad sprzecznymi teoriami obejmują z kolei takie pytania, jak: jakie konsekwencje dla naszego obrazu matematyki, sposobu myślenia o niej, miałoby osłabienie znaczenia niesprzeczności, która przecież jest ściśle powiązana z jej pewnością, ścisłością czy nawet racjonalnością (to, co sprzeczne kojarzone jest często z nieracjonalnością, chaosem epistemologicznym). Jak powinni ustosunkować się do sprzecznych teorii reprezentanci „tradycyjnych” stanowisk w filozofii matematyki – jak formalizm, realizm czy konstruktywizm? Należy wreszcie rozważyć pogląd, zgodnie z którym sprzeczne teorie nie pociągają za sobą żadnych istotnych problemów filozoficznych, pozostając jedynie grą symboli, ciekawostką formalną.

Paweł Stacewicz
Politechnika Warszawska
Wydział Administracji i Nauk Społecznych

Radosław Siedliński
Polsko-Japońska Akademia Technik Komputerowych

O stosowalności informatycznych kategorii cyfrowości i analogowości w biologii molekularnej

1. Podstawowy sposób rozumienia **cyfrowości** w informatyce określa teoretyczny model uniwersalnej **maszyny Turinga**, zgodnie z którym – mówiąc ogólnie – obliczenia cyfrowe polegają na przetwarzaniu sygnałów **dyskretnych** za pomocą mechanizmu o **dyskretnych** stanach. Obliczenia **analogowe** nie mają tak jednolitego modelu definiującego (istnieje wiele różnych modeli), ale ich cechą charakterystyczną jest możliwość przetwarzania sygnałów

ciągłych, opisywanych matematycznie za pomocą liczb **rzeczywistych** (choć istnieje jeszcze inne rozumienie analogowości, które odnosi do pojęcia analogii).

2. Wysoka **efektywność** wytwarzanych przez człowieka obliczeń (i kodów) cyfrowych w dziedzinie sztucznej realizacji oraz symulacji zjawisk naturalnych (np. symulacje sposobu działania neuronów czy wirusów), stanowi silną przesłankę na rzecz tezy, że układy **ożywione** są układami **cyfrowymi**.

Z drugiej strony, w matematycznych opisach zjawisk naturalnych (w tym biologicznych) tak dużą rolę odgrywają wielkości **ciągłe** (czas, temperatura, stężenia, odległości), że lepiej uzasadniona wydaje się teza alternatywna, o **analogowości** (ciągłości) układów ożywionych. Przemawia za nią również matematyczny fakt, że teoretyczna **moc obliczeniowa** technik analogowych jest **większa** od mocy technik cyfrowych. Jeśli fakt ten zestawimy ze zdumiewającymi zdolnościami prostych nawet układów ożywionych (przewyższającymi aktualne możliwości symulacyjne technik cyfrowych), to uzyskujemy kolejną przesłankę na rzecz tezy o **analogowości** układów ożywionych.

3. Biologia nowoczesna, w szczególności zaś biologia **molekularna** i genetyka, operują siatką pojęciową bazującą na pojęciach wywodzących się z informatyki oraz poprzedzającej ją cybernetyki (informacja genetyczna, kod genetyczny, program genetyczny itp.). W efekcie tego wykształcił się pewien obraz funkcjonowania układów ożywionych jako determinowanych oraz sterowanych przez specyficzny rodzaj informacji o charakterze **dyskretnym** (cyfrowym): informację genetyczną, której lokalnym, wewnątrzkomórkowym nośnikiem jest łańcuch **DNA**. Często podkreśla się rolę informacji genetycznej (opartej na kodzie czwórkowym), na plan dalszy spychając rolę informacji o charakterze **analogowym/ciągłym**, a więc takiej, która nie jest kodowana, co więcej – nie jest nawet dobrze ulokowana w komórce. Informacja taka ma charakter immanentnie **rozproszony** zaś jej nośnikami są takie (ciągłe!) parametry jak: jasność/oświetlenie, ciśnienie, temperatura, gęstość ośrodka, stężenia związków chemicznych, i inne.

4. Również szczegóły procesu **przetwarzania** biologicznej informacji dyskretnej ulokowanej w DNA pokazują, że na jej finalną, „użytkową" postać (tzw. mRNA) wpływ ma wiele czynników, których natura nie daje się opisać inaczej, niż jako **ciągła/analogowa**. Droga wiodąca od jądrowego łańcucha DNA (traktowanego jako zbiór genów zawierających informacje o budowie białek) do w pełni funkcjonalnego białka (traktowanego jako efekt tzw. „ekspresji" stosownego genu rozumianego jako fragment DNA „kodujący" białko) jest nadzwyczaj długa i skomplikowana. Zarówno na etapie posttranskrypcyjnym, jak i posttranslacyjnym w modyfikację owej informacji zaangażowane są czynniki o charakterze analogowym/ciągłym, które trudno jest opisać przy użyciu **informatyczno-komputerowej** siatki pojęciowej. W trakcie wystąpienia opiszemy poszczególne etapy owej drogi oraz postaramy się wskazać te jej punkty, w których udział czynników **niecyfrowych** jest znaczący.

Marek Wisła
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Idee Platona w informatyce

Celem odczytu jest podkreślenie faktu nieustannego wzrostu znaczenia podejścia abstrakcyjnego do rozwiązywania problemów informatycznych, a w szczególności w tworzeniu oprogramowania. Myślenie w platońskich kategoriach „idei”, „abstraktu” jest dominującą postawą informatyków i to nie tylko w procesie planowania rozwiązań, ale również podczas ich realizacji (kodowania, testowania). W pewnych przypadkach program komputerowy jest pierwotną ideą powstałą w wyniku odpowiedniego procesu myślowego programisty. Program komputerowy jest wtedy, podążając za Arystotelesem, formą, istotą rzeczy, powstałą w wyniku procesu implementacji kolejnych jego wersji. Ale również program komputerowy może być pierwotną (absolutną) ideą podlegającą późniejszemu (często niedoskonałemu, zawierającego błędy) urzeczywistnieniu. W trakcie odczytu odniosę się również do podstawowych pojęć informatyki: różnicy między danymi a informacją, dualizmu pojęcia komputer i w końcu charakteru programu komputerowego.

Jan Woleński
Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania, Rzeszów

Matematyka, metamatematyka i problem cyrkularności

Metoda dedukcyjna jest bardzo często uważana za najdoskonalszą w repertuarze procedur naukowych. Jest niezawodna i ten atrybut, w postaci pewności twierdzeń, jest przenoszony na tzw. nauki formalne, tj. logikę i matematykę. O ile tyle założenia są trafne (prawdziwe), ich dedukcyjne konsekwencje są takowe. Ujmując to nieco słabiej, dedukcja zachowuje stopień trafności przesłanek, jakkolwiek byłby mierzony. W dzisiejszym stanie rzeczy, dedukcja jest kodyfikowana w logice, która z kolei jest częścią metamatematyki.

Załóżmy, że *T* jest teorią matematyczną. Badanie jest własności należy do metamatematyki. Po to, aby *T* była przedmiotem badań metamatematycznych musi być przedstawiona w stosownej postaci, w szczególności zaksjomatyzwana (jeśli to możliwe) i sformalizowana (przynajmniej częściowo). Problem jednak w tym, że metamatematyka stosuje narzędzia matematyczne, np.[. teorio-mnogościowej, arytmetyczne, topologiczne, algebraiczne itp. Tak więc, *MT* (teoria metamatematyczna relatywna do *T*) sama jest częścią matematyki. Jeśli więc *MT* ma usprawiedliwiać *T*, np. przez wykazanie jej niesprzeczności, zupełności, rozstrzygalności itp., powstaje pytanie, jak usprawiedliwić procedury stosowane w tej pierwszej. Szczególnie dramatycznie ta sytuacja przejawia się w logice, która formalizuje reguły dedukcji. Wszelaka rozumowania o logice korzystają z reguł logicznych. Czy mamy tutaj cyrkularność, *idem per idem* lub *regres sus ad infinitum*? Jest przy czym rzeczą oczywistą, że powraca stary problem sceptyków, wskazujący, że nie ma kryterium uzasadniającego trafność poznania.

Hilbert uważał, że usprawiedliwienie matematyki może dokonać się poprzez jej finitystyczną formalizację. Program ten jednak okazał się niewykonalny w pierwotnej postaci. Z drugiej strony, badania w rakach tzw. matematyki odwrotnej pokazały, że formalizacja danej teorii *T* w *MT* jest możliwa przy użyciu środków matematycznych słabszych niż dostępne w *T*. To jednak nie rozwiązuje problemu ogólnego, aczkolwiek wyniku lokalne są ważne. Można jednak przyjąć za Leśniewskim, że logika (także część metamatematyki) jest ekspozycja naszych intuicji. Znaczy to m. in., że to, co nieformalne jest pierwotne i otrzymuje legitymację poznawczą w drodze formalizacji. Pytanie jednak, co przesądza o tym, że intuicja jest bazą dla formalizacji. Jedna z możliwych odpowiedzi opiera się na naturalistycznej interpretacji logiki.

Krzysztof Wójtowicz
Zakład Logiki
Instytut Filozofii UW

Wyjaśnienia matematyczne w naukach przyrodniczych

Jednym z podstawowych sporów w filozofii matematyki jest spór realizm-antyrealizm. W ostatnich latach, podstawowym argumentem na rzecz stanowiska realistycznego w literaturze jest argumentacja w duchu naturalizmu, gdzie punktem wyjścia jest praktyka naukowa – i analiza roli matematyki w tworzeniu teorii naukowych. Ten styl argumentacji wywodzi się ze stanowiska Quine'a i jego klasycznego argumentu z niezbędności.

Tematem referatu będzie coraz szerzej dyskutowana w ostatnich latach wersja argumentu z niezbędności, w której uwzględnia się nie tylko sam fakt wykorzystania narzędzi matematycznych w naukach empirycznych, ale także ewentualną eksplanacyjną rolę matematyki. Stanowi to pewną nowość: samo pojęcie wyjaśniania jest dyskutowane od dawna i dobrze rozpoznane na gruncie filozofii i metodologii nauk empirycznych. Inaczej jest jednak w wypadku matematyki: pojęcie wyjaśniania funkcjonuje w praktyce matematycznej, nie doczekało się jednak jeszcze gruntownej analizy filozoficznej, na jaką zasługuje. W ostatnich latach dyskusja na ten temat nabrała tempa, zarówno w odniesieniu do matematyki jako takiej, lecz również w kontekście zagadnienia stosowalności matematyki w naukach przyrodniczych. Oczywiście, formułowane są także zarzuty, w myśl których kategoria wyjaśniania nie ma sensownego zastosowania w tym wypadku.

Rozważane w literaturze przykłady dotyczą najczęściej fizyki oraz biologii. Podstawowe dla tej strategii argumentacyjnej na rzecz realizmu matematycznego pytania brzmią: czy faktycznie można mówić o matematycznych wyjaśnieniach zjawisk empirycznych? Co stanowi kryterium owej matematyczności, i jaką rolę eksplanacyjną może odgrywać matematyka? Wreszcie: jaki wpływ na dyskusję ontologiczną może mieć rozstrzygnięcie tych zagadnień?

Celem referatu jest przedstawienie najważniejszych założeń tego sposobu argumentacji oraz wskazanie zagadnień zasługujących na dyskusję.