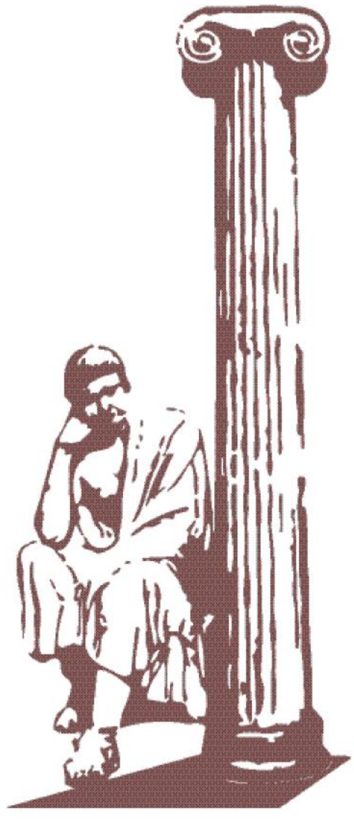
IV KONFERENCJA FILOZOFIA MATEMATYKI I INFORMATYKI

Poznań, 5-6 grudnia 2014



Patronat: Polskie Towarzystwo Logiki i Filozofii Nauki

ABSTRAKTY

Gabriela Besler

Instytut Filozofii
Uniwersytet Śląski
gabriela.besler@us.edu.pl

Tematyka korespondencji naukowej Gottloba Fregego z Bertrandem Russellem w latach 1902-1904

W 2013 roku wydawnictwo Felix Meiner wydało zbiór dotąd odnalezionych listów pisanych przez G. Fregego i pisanych do niego. Znajduje się tam korespondencja między innymi z B. Russellem, D. Hilbertem, E. Husserlem, G. Peano, P. Jourdainem, L. Wittgensteinem.

Już sto lat minęło od czasu, gdy Frege i Russell wymienili ostatnie listy. Ta okoliczność skłania do ponownego przyjrzenia się tej korespondencji, znanej głównie z tego, że dotyczyła zagadnienia antynomii. Frege próbuje przekonać Russella do swoich rozwiązań, a nieprzekonany Russell argumentuje za swoim stanowiskiem. W efekcie mamy ciągłą próbę wyrażenia się jaśniej i szczerą ocenę tej próby. Wartością tych tekstów jest Fregego usilna próba wyrażania się jasno i prosto. Te listy pokazują subtelne przenikanie się zagadnień matematycznych, logicznych i filozoficznych, których nie da się (przynajmniej czasami) rozdzielić.

Oto niektóre z wątków poruszanych w tej korespondencji: racje za odróżnieniem sensu od znaczenia; sens i znaczenie zdania; kwestia identyczności (zdania i części zdania); zasada eksstensjonalności i zasada składalności; wartości logiczne, różne sformułowania antynomii, w tym językowej (syntaktycznej); próba uniknięcia antynomii poprzez wprowadzenie nowego typu obiektów; funkcja jako pojęcie drugiego stopnia; czy można wszystkie funkcje wyrazić w jednej formule; czy matematyka musi się posługiwać pojęciem „klasy"?

Można by było się zastanawiać, czy w 1905 roku Russell napisałby słynny artykuł *On Denoting*, gdyby nie ta listowna wymiana myśli. Ponadto, czy Russell z takim przekonaniem namawiałby wydawcę do publikacji tekstu, gdyby nie świadomość, iż powstał on z przemyśleń nad treścią korespondencji z genialnym Fregem? Wpływ tej korespondencji na ostateczny kształt teorii deskrypcji wymaga dalszego badania.

W 1903 roku Russell opublikował po raz pierwszy tekst poświęcony teorii typów, jako parostronicowy dodatek to *The Principles of Mathematics*. Omawiana korespondencja wskazuje na istotny wpływ Fregego w rozróżnianiu typów logicznych. Może powinniśmy mówić o teorii typów Fregego-Russella?

Zarówno Frege jak i Russell posługują się w tej korespondencji funktorem $x \frown u$ zdefiniowanym wcześniej przez Fregego w *Grundgesetze der Arithmetik* (1893), § 34.

G. Frege: *Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel. Gebundene Ausgabe*. Bd. 2 *Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Herausgeber, Vorwort, Bearbeitung von Gottfried Gabriel. Hamburg: Felix Meiner Verlag 2013, ss.305.

....

Jerzy Dadaczyński
Katedra Filozofii Logiki
UPJPII w Krakowie

„*Quasi*-empiryzm” Franza Lettenmayera

Franz Lettenmayer należał w latach 30’ XX wieku do szeroko pojmowanej grupy uczniów Hilberta. Mimo wpływu fundamentalistycznego środowiska w Getyndze stanął pod koniec dekady na stanowisku bliskim empiryzmowi. Wystąpienie będzie zawierało próbę charakterystyki filozofii matematyki Lettenmayera.

....

Roman Duda

Wpływ metody aksjomatycznej na matematykę w XX wieku

Sukcesy metody aksjomatycznej poczynając od Hilberta, a kończąc na Bourbakim. Twierdzenia Goedla i Chaitina. Stanowisko fizyków.

Michał Heller

Category Theory and Philosophy of Space

The paper is aimed to show that the application of category theory to philosophy, so far almost completely neglected, opens unexpected possibilities to be explored. This thesis is argued by discussing some aspects of philosophy of space. After presenting a few categorical prerequisites, especially those referring to generalized elements of objects and subobject classifiers, it is shown that, by using these concepts, the dispute between absolutist and relational views on space can be essentially enriched. Grothendieck's generalization of space is also indicated as a possible source for philosophical inspirations. This in turn suggests that the unification of geometry and logic, achieved by topos theory, should not be left without a philosophical comment.

....

Mateusz Hohol
Centrum Kopernika Badań
Interdyscyplinarnych
UJ i UPJPII w Krakowie

O możliwościach i trudnościach ucieleśnionej neurofilozofii matematyki

Choć podejście naturalistyczne w filozofii nie jest niczym nowym, dzięki rozwojowi neurokognitywistyki zaobserwować można współcześnie coraz większą jego ekspansję. Tendencja ta dotyczy także filozofii matematyki (Maddy, 1997). Zagadnienia, takie jak np. geneza pojęć i rozumowań matematycznych stały przedmotem badań psychologów (Butterworth, 1999; Dehaene, 2011), lingwistów (Lakoff & Núñez, 2000) i neuronaukowców poznawczych (np. Fischer, 2012), którzy nie stronią także od uwag natury filozoficznej (w szczególności dotyczących ontologii bytów matematycznych). Przynajmniej niektóre z nich stały się przedmiotem krytyki matematyków oraz filozofów i historyków tej dyscypliny.

W panoramie naturalistycznych podejść do matematyki, szczególne miejsce zajmuje paradygmat ucieleśnienia umysłu i poznania (*embodied mind and cognition*). W ramach tego nurtu postuluje się metaforyczny związek pomiędzy strukturą pojęć konkretnych i

abstrakcyjnych pojęć matematycznych, który kształtowany jest w wyniku interakcji ciała podmiotu z otaczającym go środowiskiem.

W referacie zaprezentowane zostaną podstawowe idee ucieleśnionej matematyki (Lakoff & Núñez, 2000; Brożek & Hohol 2013), eksperymentalne badania prowadzone w tym paradygmacie m.in. z wykorzystananiem mentalnych osi liczbowych (Dehaene et al, 1993; Cipora, Hohol, Nuerk, Brożek & Nęcka, 2014) oraz liczenia na palcach (np. Penner-Wilger i Anderson, 2008; Cipora, Szczygieł & Hohol, 2014, w recenzji), a wreszcie ich filozoficzne interpretacje. Te ostatnie skonfrontowane zostaną z rozmaitymi zarzutami, pojawiającymi się w literaturze (Pogonowski, 2011, 2012, 2013; Voorhees 2004).

Zbigniew Król

Wydział Administracji i Nauk Społecznych,
Politechnika Warszawska
oraz
Instytut Filozofii i Socjologii PAN,
Warszawa

Podstawowe intuicje w geometrii euklidesowej

Geometria powstała w starożytnej Grecji jako nauka niesformalizowana i nieaksjomatyczna. Można było prowadzić rozważania geometryczne i dowodzić twierdzeń odwołując się do intuicji. Geometria dokonywała analiz obiektów danych w określonych aktach świadomości. Kule, koła, trójkąty, kwadraty, odcinki, punkty są przykładami takich obiektów. Analiza ich własności doprowadziła do wyróżnienia wśród nich obiektów bardziej podstawowych, z których własności innych przedmiotów dało się wywieść. Podstawowe intuicje („punkt wyjścia" badań) w geometrii euklidesowej zmieniały się w dziejach. Na przykład, przekonanie, że areną dla uprawiania geometrii jest nieskończona przestrzeń, punkty, nieskończone proste i płaszczyzny zaczęło ustalać się dopiero w XIV wieku (Mikołaj z Oresme), a proces zakończył się w czasach po Newtonie. Istnieją różne systemy geometrii euklidesowej, wychodzące z różnych intuicji. System Tarskiego wychodzi od intuicji wnętrza kuli, kolejny - od intuicji pęku prostych. Zamierzam przedstawić rezultaty badania rozwoju historycznego podstawowych intuicji w geometrii euklidesowej oraz zaproponować eksperyment myślowy ukazujący, że już w starożytności można było rozwinąć geometrię wychodząc z innych podstawowych intuicji, różnych od intuicji punktu, odcinka, czy koła.

Wskazuje to na tworzenie geometrii w zdeterminowanym także przez czynniki historyczno-społeczne „horyzoncie hermeneutycznym”.

Anna Lemańska

Instytut Filozofii UKSW

Matematyka a przyroda. Kilka uwag metodologicznych

Pytanie o relacje między matematyką a przyrodą jest stawiane zarówno w filozofii matematyki, jak i filozofii przyrody. W filozofii matematyki pytanie to pojawia się w kontekście dyskusji między apriorystami a aposteriorystami i dotyczy głównie natury wiedzy matematycznej. Z kolei w perspektywie filozofii przyrody pytanie to jest ściśle związane z problemami dotyczącymi natury rzeczywistości fizycznej, a mianowicie istnienia w niej własności ilościowych, a także z próbami wyjaśnienia efektywności zastosowań matematyki w naukach przyrodniczych. Często w tym kontekście pojawia się również kwestia matematyczności przyrody.

Te odmienne perspektywy wpływają w istotny sposób na sam sposób postawienia problemu relacji między matematyką a przyrodą oraz w oczywisty sposób na jego rozwiązanie. Warto też podkreślić, że w zależności od przyjętych założeń, problem ten może w ogóle nie być sensowny lub mieć trywialne rozwiązanie.

W referacie pokażę, w jaki sposób punkt wyjścia warunkuje sposób rozwiązywania problemów pojawiających się w relacjach między matematyką a światem przyrody.

Jerzy Mycka

Średniowieczna teologia przez pryzmat matematycznej nieskończoności

Głównym przedmiotem teologii chrześcijańskiej jest Bóg, który przekracza wszystkie byty skończone. Taka charakterystyka powoduje powiązanie problemu atrybutów Boga z dychotomią: "to co skończone" vs. "to co nie jest skończone". Z kolei analiza bytu skończonego w naturalny sposób wiąże się z pojęciem liczby i jej własnościami.

W powyższym kontekście referat odwoła się do prac św. Augustyna i Boecjusza, szukając w nich powiązań pomiędzy pojęciami matematycznymi a teologiczną wizją świata. Na tej podstawie wprowadzone zostaną elementy matematycznej teologii Teodoryka z Chartres oraz Mikołaja z Kuzy, ze szczególnym wskazaniem na ich odwołania do pojęcia liczby i nieskończoności. Powyższe wątki posłużą do zaprezentowania w jaki sposób średniowieczna teologia wykorzystywała inspirowane matematyką pojęcie nieskończoności oraz w jakiej relacji ówczesne koncepcje pozostają w odniesieniu do idei nowoczesnej matematyki.

Adam Olszewski

O intuicyjnym pojęciu funkcji

Teza Churcha w oryginalnym sformułowaniu dotyczyła identyczności intuicyjnego pojęcia funkcji efektywnie obliczalnej z formalnym pojęciem funkcji rekurencyjnej. Zadaniem referatu jest próba rekonstrukcji powyższego pojęcia intuicyjnego funkcji w trzech różnych ujęciach intuicji: metafor Lakoffa, systemów szybkiego myślenia Kahnemana i współczesnej psychologicznej koncepcji intuicji.

Ewa Piotrowska

Etnomatematyka a próby globalizacji matematyki

Twierdzenia Gödla potwierdziły kryzys podstaw matematyki. W nowszych kierunkach filozofii matematyki takich jak np. amerykańska szkoła kulturowa czy społeczny konstruktywizm obiektem badań stał się matematyk (jako twórca i wykładowca matematyki) oraz środowisko kulturowo-społeczne, w którym rozwija się matematyka. W bliskim powiązaniu badawczym amerykańskiej szkoły kulturowej oraz społecznego konstruktywizmu znalazła się rozwijana głównie w latynoamerykańskim środowisku naukowym etnomatematyka. Jej twórcą jest Portugalczyk D'Ambrosio, który wprowadził też termin etnomatematyka. Etnomatematycy w nowym spojrzeniu na poznanie matematyczne brali również pod uwagę jej praktyczne zastosowania. Dowodzili ścisłych związków rozwoju matematyki z kulturą (szeroko rozumianą) oraz tego, iż badań nad matematyką nie można ograniczać do Europy (etnocentryzm), a zwłaszcza Europy Zachodniej (Western Europe), ale należy je rozszerzyć na wszystkie kraje świata, nawet te, których cywilizacje przestały istnieć i funkcjonować (np. Majów, Azteków), jak również zająć się należy ludami na niższym poziomie cywilizacyjnym (np. Aborygeni australijscy, Indianie, plemiona afrykańskie i narodowości Azji Północnej oraz Oceanii). W takim ujęciu dostrzegali sens w znaczeniu terytorialnym i treściowym globalizacji (czy nawet planetaryzacji) matematyki teoretycznej i stosowanej. Rozkwit etnomatematyki przypadł na lata 70.-90.XX wieku, a głównymi ośrodkami badań były uniwersytety Ameryki Południowej (przede wszystkim Brazylia) i Środkowej, Stanów Zjednoczonych i Wielkiej Brytanii. Badania naukowe koordynowane są w skali międzynarodowej przez International Study Group on Ethnomathematics ESGEm) przy ścisłej współpracy z Mathematical Association of America (np. organizowane są z ich wsparciem i udziałem coroczne międzynarodowe konferencje oraz sympozja o zróżnicowanej tematyce etnomatematycznej, finansowane „badania terenowe" nad matematyką w różnych częściach świata i wprowadzanie etnomatematyki do szkolnictwa itp.). Obfita dokumentacja zebrana przez etnomatematyków potwierdza, że wraz z kształtowaniem się naszej kultury na różnych poziomach i obszarach jej rozwoju powstają zręby myślenia i umiejętności matematycznych. Myślenie matematyczne właściwe jest człowiekowi i zależne od kultury oraz obszaru, w którym ten człowiek przebywa i działa. Pełna rekonstrukcja zintegrowanej, uogólnionej i zglobalizowanej matematyki napotyka jednak na trudności (np. natury ich finansowania, czy kwestia bezpieczeństwa osób prowadzących badania).

Jerzy Pogonowski
Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

Matematyka i Humanistki

Dzielimy się z audytorium refleksjami dotyczącymi dość specyficznego wyzwania dydaktycznego, jakim jest nauczanie (lub choćby tylko popularyzacja) matematyki na studiach określanych mianem humanistycznych. Piszący te słowa prowadzi w UAM wykład *Zagadki*, na który uczęszczają studenci kognitywistyki oraz kierunków filologicznych. Celem wykładu jest wykształcenie u studentów umiejętności rozwiązywania problemów, poprzez nakłonienie ich do spontanicznej intelektualnej kreatywności.

Omawia się *zagadki matematyczne*, których rozwiązania ukazują złudność bezrefleksyjnych przekonań intuicyjnych, żywionych na podstawie doświadczenia potocznego lub wspieranych jedynie myśleniem życzeniowym. Nie są to więc typowe *zadania* matematyczne, polegające po prostu na utrwalaniu rozumienia podanych pojęć oraz metod. Często ważniejszy od samego rozwiązania zagadki jest sposób dochodzenia do niego. Istotne są zatem pomysły, metody, techniki, heurystyki, itp. stosowane w rozwiązywaniu zagadek. Wspólnie ze studentami przyglądamy się w jaki sposób *myśl poczęta* przez postawienie zagadki rozwija się w kierunku podania jej rozwiązania.

Grupujemy zagadki w (umownych) działach tematycznych: nieskończoność, liczby i wielkości, ruch i zmiana, kształt i przestrzeń, uporządkowania, wzorce i struktury, algorytmy i obliczenia, prawdopodobieństwo. Oprócz zagadek matematycznych omawiamy figle logiczne (zagadki logiczne, paradoksy, sofizmaty, iluzje), zagadki lingwistyczne, naukowe, Humanistyczne oraz filozoficzne.

Sądzimy, że wykład *Zagadki* może – choćby w niewielkim stopniu – przysłużyć się słuchaczom w nabieraniu wprawy w *samodzielnym świadomym myśleniu krytycznym*. To właśnie traktujemy jako główny cel powierzonej nam uniwersyteckiej posługi dydaktycznej.

Studenci są dość aktywni podczas wykładu – wydaje się, ze współczesna młodzież łatwiej daje sobie radę z krótko sformułowanymi konkretnymi problemami niż ze śledzeniem prowadzonego w sposób tradycyjny wykładu teorii, jedynie miejscami ilustrowanego przykładami. Zdajemy sobie oczywiście sprawę z tego, że takie obcowanie z wiedzą rozproszoną nie zastąpi całościowego przedstawienia teorii, ale naszym głównym celem jest kształtowanie umiejętności rozwiązywania problemów metodami matematycznymi. Teorię student może poznawać samodzielnie, czytając podręczniki.

W przygotowaniu do druku znajduje się tekst wykładu, obejmujący dotąd około 120 zagadek, opatrzonych rozwiązaniami oraz komentarzami. Część materiałów dydaktycznych związanych z wykładem jest powszechnie dostępna na stronach internetowych Zakładu Logiki Stosowanej UAM.

Zbigniew Semadeni

Transgresje kognitywne jako istotna cecha rozwoju matematyki

W referacie tym – po omówieniu etymologii i znaczenia terminu „transgresja" w różnych dziedzinach wiedzy – wprowadzona zostanie koncepcja *matematycznej transgresji poznawczej w filogenezie i ontogenezie*. Rozumiem przez to *przekroczenie* – przez pojedynczego człowieka lub przez społeczność uczonych – *nieprzekraczalnych wcześniej granic swojej wiedzy matematycznej.* Zakładam też, że owo przekroczenie to wynik świadomego działania i że jest ono inherentne dla rozpatrywanego pojęcia matematycznego. Owa aktywność (a nieraz też ogromny wysiłek) jest wynikiem jakiegoś konfliktu poznawczego, arystotelesowskiego zdziwienia lub chęci lepszego poznania lub zrozumienia jakiejś sytuacji czy zjawiska.

Owo działanie nie musi być intencjonalne w sensie wyraźnego zamiaru takiego przekroczenia. Rozróżniać należy *świadomą* transgresję poznawczą (gdy podmiot jest świadomy dokonania tego przejścia), *nieświadomą* (gdy podmiot tego nie wie i nie jest w stanie ocenić wagi tego przejścia) i *półświadomą* (gdy podmiot potencjalnie byłby w stanie to wiedzieć, ale nie zastanawia się nad takimi kwestiami).

O transgresji możemy też mówić w przypadku osoby uczącej się, samodzielnie dokonującej przejścia, które nauka ma już dawno za sobą.

Rozpatrywane przykłady dotyczą następujących przejść:

- nieświadome transgresje dzieci uczących się arytmetyki wiodące od *procesów* (takich jak przeliczanie) do *obiektów oznaczanych symbolami*;
- przejście od rzeczywistości postrzeganej zmysłami do matematycznych idei rozważanych w umyśle, w szczególności od konkretnych linii w otoczeniu człowieka do abstrakcyjnych linii w *Elementach* Euklidesa;
- wielki skok od nieskończoności *potencjalnej* do *aktualnej*;
- świadoma akcepcja liczb ujemnych i reguły znaków przy mnożeniu;
- przewrót kopernikański (jako wyzwolenie się z myślowego ograniczenia *geocentryzmu*) oraz przezwyciężanie dziecięcego *egocentryzmu* w orientacji przestrzennej;
- półświadome przejście od myślenia o miejscu geometrycznym (*locus*) wyobrażanym jako miejsce w przestrzeni, w którym znajdują się poszczególne punkty (spełniające zadany warunek), do myślenia o *zbiorze punktów*;

- przejście od aksjomatów matematycznych interpretowanych jako *pewniki* (tzn. jako niepodważalna prawda) do aksjomatów będących *założeniami* oraz przejście od rozważania jedynie kategorycznych systemów aksjomatycznych (mających na celu opisanie znanych, pojedynczych teorii, takich jak teoria liczb rzeczywistych) do aksjomatycznych teorii *ogólnych struktur* (wyrażonych w języku teorii mnogości, z wieloma spodziewanymi modelami).

Omówione zostaną też związki pojęcia matematycznej transgresji poznawczej z pojęciem *przeszkody epistemologicznej*.

....

Radosław Siedliński

Radykalny informatyzm w projekcie metabiologii Gregory Chaitina

W referacie dokonam krytycznej analizy propozycji matematycznego ugruntowania biologii ewolucyjnej

przedstawionej przez Gregory Chaitina w szeregu artykułów oraz książce "Proving Darwin. Making Biology Mathematical" (2012). W tym celu najpierw zaprezentuję zasadnicze idee proponowanej przez Chaitina tzw. "metabiologii", następnie omówię założenia, na których się ona opiera, po czym pokażę dlaczego jest niewystarczająca jako teoretyczny fundament, na którym miałaby się wspierać współczesna biologia ewolucyjna. Pokażę również, że propozycję Chaitina można traktować jako skrajny przejaw szerszej tendencji ku informatyzacji języka współczesnej biologii.

....

Bartłomiej Skowron
Uniwersytet Papieski Jana Pawła II w Krakowie

Proteuszowy charakter matematyki w ujęciu Saundersa Mac Lane'a

Matematyka w ujęciu Saundersa Mac Lane'a bada ukryte pod faktami formy. Odnajduje je w świecie i z niego je wyciąga; następnie je usamodzielnia i nie zważa już na ich pochodzenie. Matematyka nie jest nauką, nie dotyczy bowiem świata, traktuje tylko o wyabstrahowanych z niego formach. Przykładami form są liczby naturalne, porządki, grupy, przestrzenie topologiczne, przestrzenie wektorowe, algebry, itp. Formy mogą być realizowane w wielu różnych dziedzinach przedmiotowych, mają wiele realizacji czy postaci. Z tego powodu Mac Lane twierdził, że matematyka ma proteuszowy charakter. Mac Lane widzi Matematykę (oryginalna pisownia Mac Lane'a) jako formalną sieć połączonych ze sobą pojęć, definicji i systemów. Matematyka jest różnorodna i dynamiczna. W tej różnorodności jednak zawiera pewne uniwersalia; konstrukcje, które pojawiają się w wielu punktach owej sieci. Tezą referatu jest stwierdzenie, że adekwatnym opisem tak rozumianej Matematyki jest teoria kategorii. Formy są strukturami a struktury w istocie to kategorie, tzn. zestawy obiektów wraz z odpowiednio na nich określonymi strzałkami. Podobnie jak formy matematyczne będąc wyłuskiwane ze świata faktów, mogą na powrót w świecie faktów realizować się na różny sposób, tak samo uniwersalne konstrukcje teorii kategorii realizują się w różnych miejscach matematycznej sieci. Prostym przykładem konstrukcji uniwersalnej jest teoriokategoryjny produkt, który może „realizować" się zarówno jako produkt przestrzeni topologicznych, produkt grup jak i również jako kres dolny w kracie, w zależności od tego, jaką kategorię rozważamy. Przewagą teorii kategorii nad innymi ujęciami Matematyki wedle myśli Mac Lane'a nie jest to, że w jej ramach formułuje się kolejne podstawy matematyki, tylko to, że oddaje ona zarówno bogactwo, zmienność i zróżnicowanie matematyki, jak i Jej jedność.

Michał Sochański

Diagramy a spór empiryzmu z aprioryzmem o naturę poznania matematycznego

Rola diagramów w poznaniu matematycznym cieszy się w ostatnich latach niesłabnącym zainteresowaniem filozofów matematyki, jak również logików. Jednym z istotnych elementów procesów poznawczych związanych z diagramami jest zwykła percepcja diagramu, analiza kształtów na nim zawartych – ich wymiarów oraz wzajemnych relacji. Procesy te obejmują przy tym zarówno zapoznawanie się z obiektami matematycznymi, odkrywanie prawd o nich, jak również rozumowanie i uzasadnianie zdań ich dotyczących. Czy rola doświadczenia zmysłowego w którymkolwiek z tych aspektów poznania matematycznego stanowi trudność dla stanowiska aprioryzmu w filozofii matematyki? W referacie przedstawionych zostanie kilka ujęć natury poznania zapośredniczonego przez diagramy, pochodzących od filozofów głoszących, iż matematyka jest nauką a *priori*. Będziemy przy tym zwracać uwagę na to, jak charakteryzuje się aprioryczność w poszczególnych ujęciach, oraz które dokładnie aspekty poznana zapośredniczonego przez diagramy określa się jako empiryczne, czy też w jakiś sposób sprzeczne z wizją poznania matematycznego głoszoną przez aprioryzm. Przedstawimy tu zarówno stanowiska zaczerpnięte z historii filozofii jak i współczesnej filozofii matematyki, skupiając się przede wszystkim na diagramach geometrycznych.

....

Paweł Stacewicz
Politechnika Warszawska
Wydział Administracji i Nauk Społecznych

Informatyczne kłopoty z nieskończonością

1. Naukowe kłopoty z uchwyceniem i zastosowaniem pojęcia **nieskończoności** są co najmniej tak stare, jak oparta na matematyce starożytna filozofia grecka. Dowodzą tego chociażby znane paradoksy **eleatów**, czy też niektóre, typowo infinitystyczne, argumenty **sceptyków**.

2. Największe zasługi w „oswajaniu” (groźnego pod pewnymi względami) pojęcia nieskończoności przypadają **matematyce**. Fundamentalne osiągniecia w tym względzie to: a) zainicjowana przez G. Cantora teoria **zbiorów nieskończonych** (z naczelnym pojęciem równoliczności), b) rachunek **granic** (będący podstawa analizy matematycznej), oraz c) metoda **indukcji** matematycznej.

3. Równolegle ze znaczonym powyższymi osiągnięciami procesem klarowania pojęć dotyczących nieskończoności, powstawały w matematyce nowe **problemy** – związane m.in. z nieskończonymi licznościami zbiorów. Próby ich przezwyciężania – zapoczątkowane przez formalistyczny program D. Hilberta – były jedną z głównych przyczyn powstania **informatyki**.

4. Dzięki informatycznym narzędziom człowiek zyskał pewien **praktyczny** dostęp do „krainy nieskończoności”. Dla przykładu: a) **programy** komputerowe są obiektami skończonymi, które pozwalają w skończonej liczbie kroków rozwiązywać nieskończenie wiele przypadków danego problemu; b) **komputer** wydaje się być maszyną uniwersalną – która dzięki wymienności oprogramowania ma potencjalnie nieskończone możliwości rozwiazywania rozmaitych problemów (tym bardziej, że wskutek nieustannego wzrostu **mocy obliczeniowej** komputerów, możliwości te stale rosną).

5. Mimo powyższych zalet informatyki okazuje się, że to właśnie kategoria nieskończoności ujawnia zasadnicze **słabości** informatycznych narzędzi. Przejawiają się one na różnych polach i pobudzają do ważnych pytań o **przyszło**ść niektórych technologii (w tym cyfrowych).

W trakcie referatu przyjrzymy się bliżej czterem zagadnieniom:

5a. Problemy **nieobliczalne**: zasadniczo bądź praktycznie.

Istota pierwszych polega na zasadniczej niemożności algorytmicznego stwierdzenia, czy rozwiązujący dany problem program zatrzyma się, czy też będzie działał **w nieskończono**ść. Istota drugich polega na zbyt dużej **złożoności** czasowej i/lub pamięciowej możliwych do zastosowania algorytmów: gdy rozmiar danych wejściowych rośnie (ku nieskończoności), to liczba koniecznych do rozwiązania problemu operacji i/lub zasobów **rośnie** w sposób nieporównywalnie szybszy (praktycznie zaś: uniemożliwiający rozwiązanie problemu).

5b. Programy **uczące się**.

Za efektywną **interakcję** tych programów z otoczeniem odpowiadają korzystne zmiany ich wewnętrznych parametrów, które to zmiany kontrolują programy wyższego rzędu. Gdyby programy wyższego rzędu miały również podlegać korzystnym zmianom, to musiałyby kierować tym programy jeszcze wyższego rzędu… to zaś rodzi groźny (i teoretycznie nieusuwalny) problem nieskończonego regresu kolejnych programów uczących się.

5c. Modelowanie umysłu

Ambitny problem modelowania **umysłu** za pomocą programów komputerowych, napotyka inny problem infinitystyczny, polegający na tym, że umysł ludzki (czy to w wymiarze indywidualnym, czy zbiorowym), stosuje opracowane przez siebie modele, a przez to zmienia się (np. doskonali). Wobec tego dotychczasowe modele staja się **nieadekwatne** i zachodzi konieczność opracowywania modeli kolejnych (wciąż jednak tylko tymczasowych).

5d. Przeliczalność **vs nieprzeliczalno**ść.

Matematyczne rozstrzygnięcia dotyczące nieskończoności zbiorów przeliczalnych i nieprzeliczalnych (np.: nieskończone zbiory nieprzeliczalne, jak zbiór R, mają większą moc niż zbiory przeliczalne, jak zbiór N) motywują do pytań o to, czy techniki **analogowe** (operujące w nieprzeliczalnej dziedzinie sygnałów ciągłych) są w stanie istotnie zwiększyć moc obliczeniową komputerów i przesunąć dalej granice obliczalności?

Jan Woleński

Dlaczego matematyka nie jest redukowalna do logiki?

Dla intuicjonizmu i formalizmu tytułowe pytanie jest banalne, gdyż oba kierunki uznają, że matematyka nie jest częścią logiki. Inaczej jest w przypadku logicyzmu. Ocena tego kierunku zależy od określenia zarówno logiki jak i matematyki. Jeśli, jak to czyni klasyczny logicyzm, teoria mnogości jest zaliczona do logiki, matematyka staje się częścią logiki, przy założeniu, na ogół akceptowanym, że formalizm teoriomnogościowy wystarcza dla wyrażenia całej matematyki. Pewne dodatkowe problemy mogą wiązać się z teorią kategorii (czy jest ona częścią logiki nawet przy założeniu, że teoria mnogości jest?) oraz zasadą Hume'a (kwestia dla tzw. neologicyzmu, gdyż nie jest do końca jasne, czy zasada ta umożliwia rekonstrukcję całej teorii mnogości).

Jeśli przyjmie się, że teoria mnogości daje się wyrazić w logice wyższych rzędów, problem sprowadza się do kwestii jak rozumieć logikę. Jej identyfikacja z logiką pierwszego rzędu od razu prowadzi do wniosku, że matematyka nie należy do logiki. Nie należy jednak traktować tej kwestii jako konwencjonalnej w tym sensie, że sprowadza się do projektującej definicji logiki. Nawet jeśli uznamy, że każda definicja logiki ma jakiś element umowy, decydujące się własności składające się na logiczność. Można podać racje za ograniczeniem logiki do systemu pierwszego rzędu. W szczególności, jest ona uniwersalna na mocy twierdzenia o pełności i podlega twierdzeniu o niewyróżnianu stałych, a także nie zachodzą wobec niej twierdzenia o niezupełności.

Problem nie jest tylko historyczny. Nawet jeśli uznamy, że matematyka nie jest redukowalna do logiki, metody matematyczne są szeroko wykorzystywane w badaniach matematycznych. Ponadto, logika organizuje praktykę dedukcyjną i w tym sensie jest pierwotna wobec matematyki. Z drugiej strony, opis tej praktyki odwołuje się do matematyki. W związku z tym, pojawia się kwestia błędnego koła. Uprawomocnienie matematyki przez dedukcję wymaga logiki, ale, z drugiej strony, kodyfikacja logiki nie może obejść się bez jakiegoś kwantum matematyki. Wyjście z tej pułapki pojęciowej może polegać (zdaniem referenta jest to jedyna droga) na przyjęciu, że formalna ekspozycja matematyki wymaga założenia, iż procedury metajęzykowe są usprawiedliwione nieformalnie. Waga programu Hilberta w tym względzie polega na zwróceniu uwagi, że metateoria nie musi posługiwać się tak silnymi środkami jak teoria.

Krzysztof Wójtowicz
Instytut Filozofii UW
Zakład Filozofii Nauki

O zagadnieniu wyjaśniania w matematyce

Referat poświęcony jest zagadnieniu wyjaśniania w matematyce. Pojęcie to nie ma dobrze ustalonego sensu, zaś dyskusja na ten temat jest stosunkowo uboga (w porównaniu z dyskusją dotyczącą pojęcia wyjaśniania w naukach empirycznych). Należy jednak zauważyć, że w praktyce matematycznej matematycy posługują się tym pojęciem, mówiąc np. o mocy eksplanacyjnej dowodów.

Celem referatu jest prezentacja pewnych ujęć znanych z literatury, oraz analiza zagadnienia na wybranych przykładach z praktyki matematycznej.